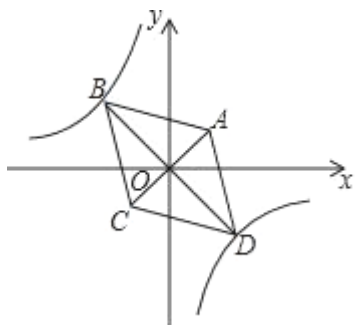


专题 3.4 反比例函数

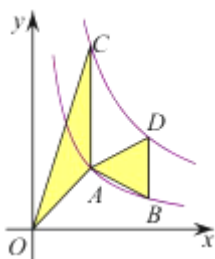
一、单选题

1. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B 、 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 对角线 AC 与 BD 的交点恰好是坐标原点 O , 已知点 $A(1, 1)$, $\angle ABC = 60^\circ$, 则 k 的值是 ()



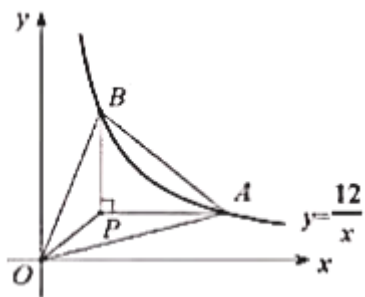
- A. -5 B. -4 C. -3 D. -2

2. 如图, 点 A , B 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象上, 点 C , D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上, $AC \parallel BD \parallel y$ 轴, 已知点 A , B 的横坐标分别为 1, 2, $\triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$, 则 k 的值为 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

3. 如图, A 、 B 是函数 $y = \frac{12}{x}$ 上两点, P 为一动点, 作 $PB \parallel y$ 轴, $PA \parallel x$ 轴, 下列说法正确的是 ()



- ① $\triangle AOP \cong \triangle BOP$; ② $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$; ③ 若 $OA = OB$, 则 OP 平分 $\angle AOB$; ④ 若 $S_{\triangle BOP} = 4$, 则 $S_{\triangle ABP} = 16$

- A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ③④

4. 若点 $A(x_1, -6)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图像上, 则 x_1 , x_2 , x_3 的大小关系是 ()

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_2 < x_1 < x_3$ C. $x_2 < x_3 < x_1$ D. $x_3 < x_2 < x_1$

5. 在平面直角坐标系中, 分别过点 $A(m,0)$, $B(m+2,0)$ 作 x 轴的垂线 l_1 和 l_2 , 探究直线 l_1 和 l_2 与双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 的关系, 下列结论中错误的是

- A. 两直线中总有一条与双曲线相交
B. 当 $m=1$ 时, 两条直线与双曲线的交点到原点的距离相等
C. 当 $-2 < m < 0$ 时, 两条直线与双曲线的交点在 y 轴两侧
D. 当两直线与双曲线都有交点时, 这两交点的最短距离是 2

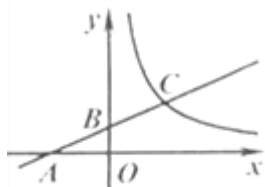
6. 已知点 $A(x_1, 3)$, $B(x_2, 6)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上, 则下列关系式一定正确的是 ()

- A. $x_1 < x_2 < 0$ B. $x_1 < 0 < x_2$ C. $x_2 < x_1 < 0$ D. $x_2 < 0 < x_1$

7. 给出下列函数: ① $y = -3x+2$; ② $y = \frac{3}{x}$; ③ $y = 2x^2$; ④ $y = 3x$, 上述函数中符合条作“当 $x > 1$ 时, 函数值 y 随自变量 x 增大而增大”的是 ()

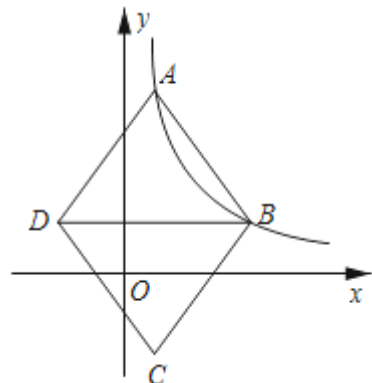
- A. ①③ B. ③④ C. ②④ D. ②③

8. 如图, 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, 过点 C 的直线与 x 轴, y 轴分别交于点 A , B , 且 $AB = BC$, $\triangle AOB$ 的面积为 1, 则 k 的值为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

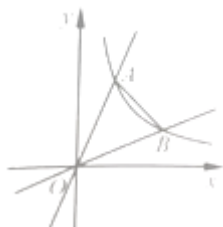
9. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 的顶点 A , B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上, 横坐标分别为 1, 4, 对角线 $BD \parallel x$ 轴. 若菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{45}{2}$, 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{15}{4}$ C. 4 D. 5

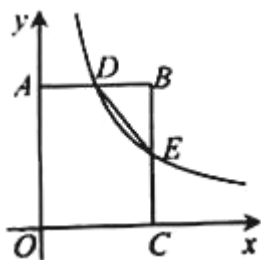
二、填空题

10. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 与正比例函数 $y = kx$ 、 $y = \frac{x}{k}$ ($k > 1$) 的图象分别交于点 A、B，若 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.

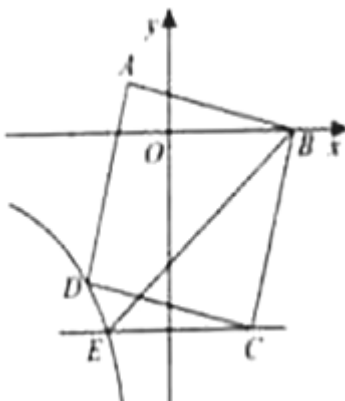


11. 已知 $A(-4, y_1)$ ， $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为_____.

12. 如图，点 D 为矩形 OABC 的 AB 边的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 D，交 BC 边于点 E. 若 $\triangle BDE$ 的面积为 1，则 $k =$ _____.

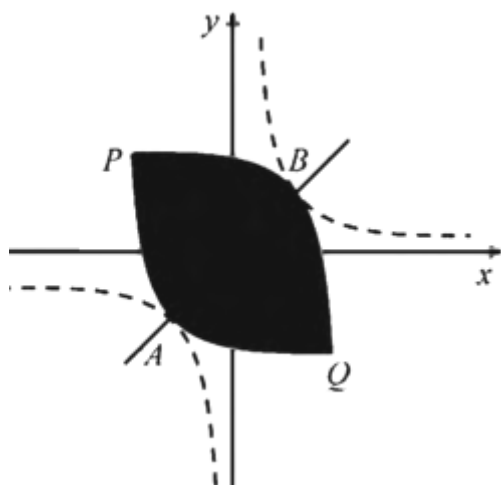


13. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 ABCD 的顶点 A 的坐标为 $(-1, 1)$ ，点 B 在 x 轴正半轴上，点 D 在第三象限的双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上，过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴交双曲线于点 E，连接 BE，则 $\triangle BCE$ 的面积为_____.



14. 设双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 与直线 $y = x$ 交于 A、B 两点 (点 A 在第三象限)，将双曲线在第一象限的一支沿射线 BA 的方向平移，使其经过点 A，将双曲线在第三象限的一支沿射线 AB 的方向平移，使其经过点 B，平移后的两条曲线相交于点 P、Q 两点，此时我们称平移后的两条曲线所围部分 (如图中阴影部分) 为双曲线的

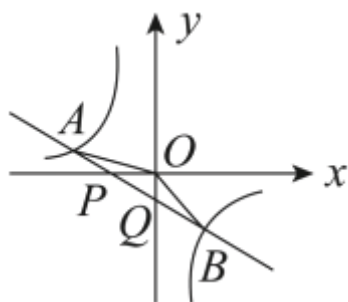
“眸”， PQ 为双曲线的“眸径”.当双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的眸径为6时， k 的值为_____.



15. 如图，已知直线 $y = k_1x + b$ 与 x 轴、 y 轴相交于 P 、 Q 两点，与 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 $A(-2, m)$ 、 $B(1, n)$ 两点，连接 OA 、 OB .给出下列结论：

① $k_1k_2 < 0$ ；② $m + \frac{1}{2}n = 0$ ；③ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$ ；④不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

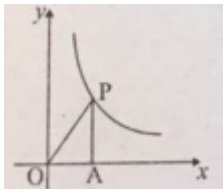
其中正确结论的序号是_____.



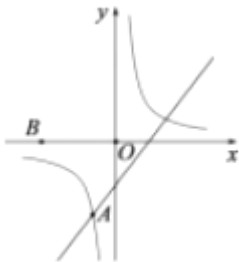
16. 若点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数)的图象上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为_____.

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-3, -1)$ ，则 $k =$ _____.

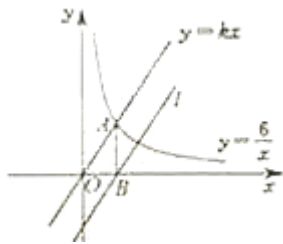
18. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 P 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图象上的一点， $PA \perp x$ 轴于点 A ，则 $\triangle POA$ 的面积为_____.



19. 如图,反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 与一次函数 $y = x - 2$ 在第三象限交于点 A . 点 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 P 是 y 轴左侧的一点. 若以 A 、 O 、 B 、 P 为顶点的四边形为平行四边形, 则点 P 的坐标为_____.

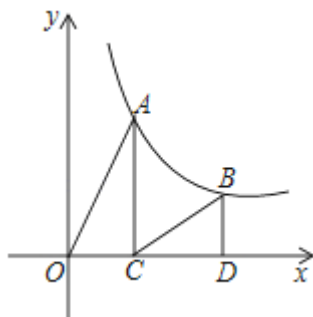


20. 如图, 正比例函数 $y = kx$ 与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象有一个交点 $A(2, m)$, $AB \perp x$ 轴于点 B , 平移直线 $y = kx$ 使其经过点 B , 得到直线 l , 则直线 l 对应的函数表达式是_____.



21. 过双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的动点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B , P 是直线 AB 上的点, 且满足 $AP = 2AB$, 过点 P 作 x 轴的平行线交此双曲线于点 C . 如果 $\triangle APC$ 的面积为 8, 则 k 的值是_____.

22. 如图, 点 A , B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的两点, 过点 A , B 分别作 $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp x$ 轴于点 D , 连接 OA , BC , 已知点 $C(2, 0)$, $BD = 2$, $S_{\triangle BCD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOC} =$ _____.



三、解答题

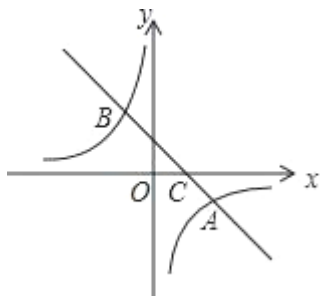
23. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于

$A(4, -2)$ 、 $B(-2, n)$ 两点，与 x 轴交于点 C 。

(1) 求 k_2, n 的值；

(2) 请直接写出不等式 $k_1x + b < \frac{k_2}{x}$ 的解集；

(3) 将 x 轴下方的图象沿 x 轴翻折，点 A 落在点 A' 处，连接 $A'B, A'C$ ，求 $\triangle A'BC$ 的面积。

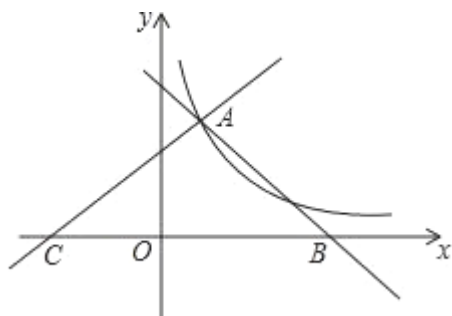


24. 如图，直线 $y_1 = -x + 4$ ， $y_2 = \frac{3}{4}x + b$ 都与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(1, m)$ ，这两条直线分别与 x 轴交于 B, C 两点。

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 直接写出当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集；

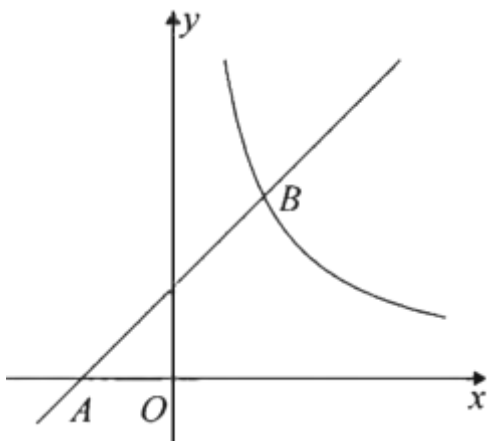
(3) 若点 P 在 x 轴上，连接 AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1:3 两部分，求此时点 P 的坐标。



25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $B(a, 4)$ 。

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

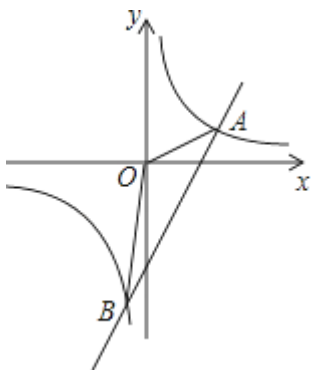
(2) 设 M 是直线 AB 上一点，过 M 作 $MN \parallel x$ 轴，交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 N ，若 A, O, M, N 为顶点的四边形为平行四边形，求点 M 的坐标。



26. 如图，直线 $y=3x-5$ 与反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象相交 A (2, m) , B (n, -6) 两点，连接 OA, OB.

(1) 求 k 和 n 的值；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



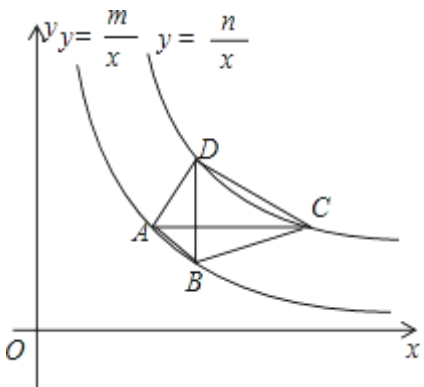
27. 如图，四边形 ABCD 的四个顶点分别在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 与 $y=\frac{n}{x}$ ($x>0$, $0<m<n$) 的图象上，对角线 $BD\parallel y$ 轴，且 $BD\perp AC$ 于点 P. 已知点 B 的横坐标为 4.

(1) 当 $m=4$, $n=20$ 时.

①若点 P 的纵坐标为 2, 求直线 AB 的函数表达式.

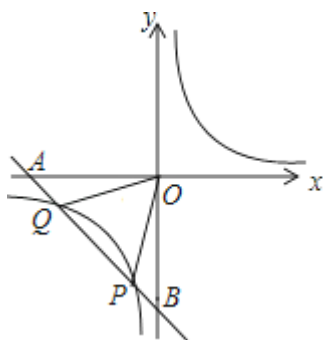
②若点 P 是 BD 的中点, 试判断四边形 ABCD 的形状, 并说明理由.

(2) 四边形 ABCD 能否成为正方形? 若能, 求此时 m, n 之间的数量关系; 若不能, 试说明理由.



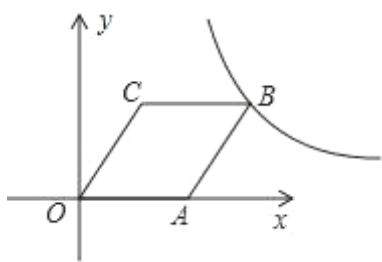
28. 如图，已知反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$ ，一次函数 $y = -x + b$ 的图象经过反比例函数图象上的点 $Q(-4, n)$ 。

- (1) 求反比例函数与一次函数的表达式；
- (2) 一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点，与反比例函数图象的另一个交点为 P 点，连结 OP 、 OQ ，求 $\triangle OPQ$ 的面积。



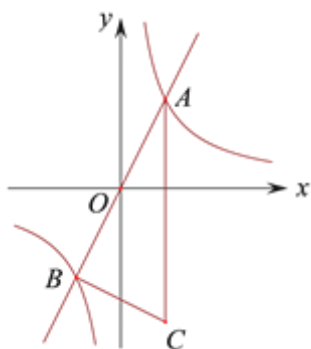
29. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上，顶点 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$ 。

- (1) 求图象过点 B 的反比例函数的解析式；
- (2) 求图象过点 A 、 B 的一次函数的解析式；
- (3) 在第一象限内，当以上所求一次函数的图象在所求反比例函数的图象下方时，请直接写出自变量 x 的取值范围。

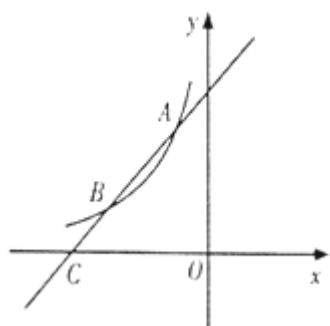


30. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象相交于 $A(1, a)$ 、 B 两点，点 C 在第四象限， $CA \parallel y$ 轴， $\angle ABC = 90^\circ$ 。

- (1) 求 k 的值及点 B 的坐标；
- (2) 求 $\tan C$ 的值。



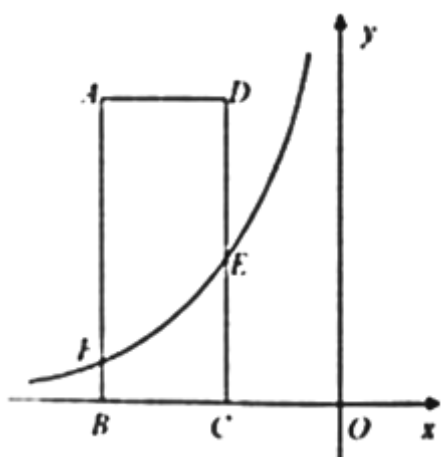
31. 如图，一次函数 $y = x + 4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象交于 $A(-1, a)$, B 两点，与 x 轴交于点 C .



(1) 求此反比例函数的表达式；

(2) 若点 P 在 x 轴上，且 $S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} S_{\triangle BOC}$ ，求点 P 的坐标.

32. 如图，矩形 $ABCD$ 的两边 AD 、 AB 的长分别为 3、8， E 是 DC 的中点，反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 E ，与 AB 交于点 F .



(1) 若点 B 坐标为 $(-6, 0)$ ，求 m 的值及图象经过 A 、 E 两点的一次函数的表达式；

(2) 若 $AF - AE = 2$ ，求反比例函数的表达式.